

# **Pemodelan Kurva Lorenz versi Rohde pada Pengeluaran Rumah Tangga Pertanian di Provinsi Papua**

**Muhammad Fajar<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup>*Badan Pusat Statistik, mfajar@bps.go.id*

## **Abstract**

Fajar (2017) shows the distribution of agricultural households in Papua Province is the Generalized Beta Type 2 (GB2), but according to the author, the Lorenz curve model obtained from the Generalized Beta Type 2 distribution has a complex form. Therefore, this objective paper is to model the Lorenz curve of Papua Province agricultural households with a model that uses the Rohde version (Rohde, 2009). According to Sarabia, et al. (2010), there are three formulations for estimating parameters in the Lorenz curve modeling of Rohde version (2009), which are arithmetic, median, and least squares. In this paper, the authors add harmonic mean and trimean to get the estimated parameter values. The results of this study concluded that  $\beta$  derived from the median had a minimum mean square error (MSE) in the case of Lorenz curve modeling.

**Keywords.** Lorenz Curve version of Rohde, Papua, Agricultural Household

## **1. Pendahuluan**

Kurva Lorenz adalah gambaran visual yang dapat mencerminkan ketidekmerataan distribusi pendapatan. Kurva tersebut dikonstruksi oleh Lorenz (1905) untuk merepresentasikan ketidakmerataan distribusi kekayaan. Selanjutnya, kurva Lorenz dapat dituangkan dalam bentuk model parametrik yang tidak diturunkan dari distribusi datanya (Rohde, 2009; Kakwani dan Podder, 1976; Rasche et al., 1980; Ortega, et al., 1991; Chotikapanich et al., 2007; Sarabia et al., 1999), namun Gastwirth (1971) merumuskan formula model kurva Lorenz yang dapat diturunkan dari distribusi data.

Fajar (2017) menunjukkan bahwa distribusi pengeluaran rumah tangga petani Provinsi Papua adalah distribusi Generalized Beta Type 2 (GB2), namun menurut penulis jika model kurva Lorenz diturunkan dari distribusi Generalized Beta Type 2 memiliki bentuk yang rumit dan tidak sederhana serta implisit. Oleh karena itu, tujuan paper ini adalah untuk memodelkan

kurva Lorenz pengeluaran rumah tangga pertanian Provinsi Papua dengan model sederhana yang memiliki satu parameter. Penulis mengaplikasikan model kurva Lorenz versi Rohde (Rohde, 2009) karena model ini lebih fit dibandingkan model kurva Lorenz dengan satu parameter lainnya seperti Chotikapanich (1993), Pareto, dan Kakwani-Podder (1976). Namun, dalam penentuan parameter dalam model Rohde selain menggunakan parameter yang ditentukan oleh rata-rata aritmatik, median dan least square (Sarabia et al., 2010), penulis juga menentukan parameter berdasarkan rata-rata geometrik, trimean, dan interquartile mean, sehingga dapat diketahui penentuan parameter mana yang memiliki MSE paling rendah.

## **2. Metode**

### **2.1. Sumber Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data total pengeluaran rumah tangga pertanian selama sebulan bersumber dari SUSENAS untuk Provinsi Papua Tahun 2016. Data pengeluaran rumah tangga sebagai proxy pendapatan rumah tangga dengan pertimbangan yang telah dijelaskan sebelumnya. Definisi rumah tangga pertanian adalah rumah tangga yang sekurang-kurangnya satu orang anggota rumah tangga melakukan kegiatan yang menghasilkan produk pertanian dengan tujuan sebagian atau seluruh hasilnya untuk dijual/ditukar untuk memperoleh pendapatan/keuntungan atas risiko sendiri. Kegiatan dimaksud meliputi bertani/berkebun, beternak ikan dikolam, karamba maupun tambak, menjadi nelayan, dan mengusahakan ternak/unggas. Sedangkan, definisi rumah tangga adalah seseorang atau sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik/sensus, dan biasanya makan bersama dari satu dapur. Yang dimaksud dengan makan dari satu dapur adalah mengurus kebutuhan sehari-hari bersama menjadi satu kepengurusan makan.

### **2.2. Kurva Lorenz**

Sebuah kurva Lorenz dapat didefinisikan sebagai:

$$q = L(p)$$

dengan:  $q$  adalah kumulatif proporsi pendapatan/ pengeluaran dari populasi subgroup  $p$ , dan  $p$  adalah kumulatif proporsi populasi penduduk

yang memiliki pendapatan/ pengeluaran pada level tertentu, dimana  $0 \leq p \leq 1$ . Kurva Lorenz harus memiliki karakteristik sebagai berikut:

$$\frac{dL}{dp} > 0, \quad \frac{d^2L}{dp^2} > 0, \quad L(p) = 0, \quad L(0) = 0, \quad L(1) = 1$$

### 2.3. Kurva Lorenz versi Rohde

Rohde (2009) mengusulkan model kurva Lorenz sebagai berikut:

$$L_R(p; \beta) = \frac{(\beta - 1)p}{\beta - p}, \quad \beta > 1, 0 \leq p \leq 1. \quad (1)$$

Berdasarkan persamaan (1) dapat diturunkan formula koefisien Gini sebagai berikut:

$$G = 2\beta \left[ (\beta - 1) \ln \left( \frac{\beta - 1}{\beta} + 1 \right) + 1 \right] - 1, \quad (2)$$

untuk mengestimasi parameter  $\beta$  pada persamaan (1), penulis menggunakan metode yang diusulkan Castillo et al. (1998) berdasarkan titik  $(p_i, q_i), i = 1, \dots, n$  pada kurva Lorenz empiris:

$$\hat{\beta}_i = \frac{p_i(1 - q_i)}{p_i - q_i}, \quad (3)$$

Jika  $p_i = q_i = 0$ , maks mengakibatkan nilai  $\hat{\beta}_i$  tidak didefinisikan sehingga harus dibuang yang berimplikasi banyaknya  $\hat{\beta}_i$  berkurang satu ( $n - 1$ ) pada persamaan (4), (5), (7), dan (8) kecuali (6).

Estimasi  $\beta$  pada persamaan (1) adalah:

$$\hat{\beta}_M = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^{n-1} \hat{\beta}_i \quad (4)$$

$$\hat{\beta}_{Med} = \text{Median} (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{n-1}) \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_{LS} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} p_i(1 - q_i)(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)^2} \quad (6)$$

Namun, penulis juga mengajukan estimasi  $\beta$  berdasarkan rata-rata harmonis (7), dan trimean (8), yaitu:

$$\hat{\beta}_{HM} = \frac{n-1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\hat{\beta}_i}} \tag{7}$$

$$\hat{\beta}_{TM} = \frac{Q_1(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{n-1}) + 2Q_2(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{n-1}) + Q_3(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{n-1})}{4} \tag{8}$$

dengan  $Q_1(\cdot)$ ,  $Q_2(\cdot)$ , dan  $Q_3(\cdot)$  masing-masing adalah kuartil pertama, kuartil kedua dan kuartil ketiga dari sebuah data.

### 3. Pembahasan

Untuk mengetahui goodness of fit dari berbagai  $\hat{\beta}$  yang diturunkan dari (4), (5), (6), (7), dan (8) sehingga menghasilkan  $\hat{q}$ , penulis menggunakan mean squared error (MSE) yang dirumuskan:

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(q_i - \hat{q}_i)^2}{n} \tag{9}$$

**Tabel 1. MSE dari Berbagai  $\hat{\beta}$**

Estimasi $\beta$	MSE
$\hat{\beta}_M = 1.453$	$3.48 \times 10^{-5}$
$\hat{\beta}_{Med} = 1.485$	$1.62 \times 10^{-5}$
$\hat{\beta}_{LS} = 1.581$	$2.37 \times 10^{-5}$
$\hat{\beta}_{HM} = 1.446$	$4.14 \times 10^{-5}$
$\hat{\beta}_{TM} = 1.475$	$2.09 \times 10^{-5}$

Berdasarkan kriteria MSE yang disajikan dalam tabel 1, dapat diketahui bahwa  $\hat{\beta}$  yang diturunkan dari persamaan (5) memiliki MSE minimum, sehingga dalam kasus pemodelan kurva Lorenz pengeluaran rumah tangga pertanian Provinsi Papua adalah:

$$L_R(p_i) = \frac{0.485p_i}{1.485 - p_i} \tag{10}$$

### 4. Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dapat ditarik kesimpulan bahwa  $\hat{\beta}$  yang diturunkan dari median memiliki MSE minimum dalam kasus pemodelan kurva Lorenz pengeluaran rumah tangga pertanian Provinsi Papua tahun 2016 dan model kurva Lorenz yang terbentuk adalah:

$$L_R(p_i) = \frac{0.485p_i}{1.485 - p_i}$$

## Daftar Pustaka

- Castillo E., Hadi A.S., dan Sarabia, J.M. 1998. A method for estimating Lorenz curves. *Communications in Statistics, Theory and Methods*, **27**, 2037–2063.
- Chotikapanich D. 1993. A comparison of alternative functional forms for the Lorenz curve. *Economics Letters*, **41**, 21–29.
- Chotikapanich D., Griffiths B., dan Rao D.S. 2007. Estimating and combining national income distributions using limited data. *Journal of Business and Economic Statistics*, **25**, 97–109.
- Fajar M. 2017. Pemodelan Parametrik Distribusi Pengeluaran Rumah Tangga Pertanian Provinsi Papua. DOI:10.13140/RG.2.2.13690.18882. Melalui: [https://www.researchgate.net/publication/32009912\\_Pemodelan\\_Parametrik\\_Distribusi\\_Pengeluaran\\_Rumah\\_Tangga\\_Pertanian\\_Provinsi\\_Papua](https://www.researchgate.net/publication/32009912_Pemodelan_Parametrik_Distribusi_Pengeluaran_Rumah_Tangga_Pertanian_Provinsi_Papua).
- Gastwirth J. dan Glauber M. 1976. The interpolation of the Lorenz curve and Gini index from grouped data. *Econometrica*, **44**, 479–483.
- Gupta M.R., 1984. Functional form for estimating the Lorenz curve. *Econometrica*, **52**, 1313–1314.
- Kakwani N.C. dan Podder N. 1973. On the estimation of Lorenz curves from grouped observations. *International Economic Review*, **14**, 278–292.
- Lorenz M. O. 1905. Methods of measuring the concentration of wealth. *Publication of the American Statistical Association*, **Vol. 9, No. 70. 9 (70)**, 209 – 219.
- Sarabia J.M., Prieto F. dan Sarabia. 2010. Revisiting a functional form for the Lorenz curve. *Economics Letters*, **Vol. 107 (2)**, 249 – 252.
- Ortega P., Martín, A., Fernández A., Ladoux M., dan García A. 1991. A new functional form for estimating Lorenz curves. *Review of Income and Wealth*, **37**, 447–452.
- Rasche R., Gaffney J., Koo A.Y.C., dan Obst N. 1980. Functional forms for estimating the Lorenz curve. *Econometrica*, **48**, 1061–1062.
- Rohde, N. 2009. An alternative functional form for estimating the Lorenz curve. *Economics Letters*, **105**, 61–63.
- Sarabia J.M., Castillo E., dan Slottje, D.J. 1999. An ordered family of Lorenz curves. *Journal of Econometrics*, **91**, 43–60.