

Analisis Pengetahuan Konseptual dan Prosedural Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar pada Bilangan Rasional

Rita Novita^{1*}, Tatang Herman², Didi Suryadi³, Dadan Dasari⁴,
Mulia Putra⁵, Rahmat Fitra⁶

^{1,2,3,4}Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung, Indonesia; ^{1,5,6}Program studi Pendidikan Matematika, Universitas Bina Bangsa Getsempena, Banda Aceh, Indonesia; ^{1,3}PUI-PT PUSBANGDDRINDO, Bandung, Indonesia;
^{1*}ritanovita@upi.edu; ²tatangherman@upi.edu; ³ddsuryadi1@gmail.com;
⁴dadan.dasari@upi.edu; ⁵muliaputra@bbg.ac.id; ⁶rahmatfitra@bbg.ac.id

Info Artikel: Dikirim: 14 Juni 2022; Direvisi: 6 Juli 2022-; Diterima: 20 Juli 2022

Cara citasi: Novita, R., Herman, T., Suryadi, D., Dasari, D., Putra, M., & Fitra, R. (2022). Analisis Pengetahuan Konseptual dan Prosedural Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar pada Bilangan Rasional. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)* 6(2), 384-402.

Abstrak. Penguasaan pemahaman bilangan rasional mencakup pengetahuan konseptual dan prosedural yang dimiliki oleh mahasiswa calon guru sekolah dasar (SD) perlu ditelusuri. Hal ini penting dilakukan untuk mendapatkan gambaran dan penjelasan mengenai kesiapan mahasiswa dalam melakukan proses didaktis dan memberi klarifikasi prosedur terkait bilangan rasional. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pemahaman bilangan rasional mahasiswa calon guru SD terkait dengan pengetahuan prosedural dan konseptual. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif deskriptif, dengan melibatkan sebanyak 102 mahasiswa Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) tahun kedua pada dua perguruan tinggi swasta di Aceh, Indonesia. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes tertulis. Analisis data dilakukan secara deskriptif dengan cara mereduksi data, menyajikan data, dan menarik kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengetahuan mahasiswa baik prosedural dan konseptual pada bilangan rasional masih sangat terbatas. Secara kategorisasi, pengetahuan prosedural mahasiswa tergolong dalam level *moderate* (70,05%), sedangkan pengetahuan konseptual (50,36%) berada pada level rendah. Berbagai bentuk miskonsepsi dan kesulitan (*epistemological obstacles*) masih dialami oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah terkait dengan kedua pengetahuan ini. Interpretasi bilangan rasional dalam representasi pecahan dan decimal perlu menjadi focus dalam ruang kuliah matematika pada program PGSD. Selain itu, penelitian ini juga mendukung penguatan pengetahuan konseptual melebihi pengetahuan prosedural ditekankan pada mahasiswa calon guru SD.

Kata Kunci: bilangan rasional, *epistemological obstacles*, pengetahuan konseptual, pengetahuan procedural.

Abstract. *Understanding rational numbers, including conceptual and procedural knowledge of prospective elementary teachers (PTs), needs to be explored. This proficiency is essential to get an insight and explanation of their readiness to carry out the didactic process and clarify procedures related to rational numbers. Therefore, this study aims to describe the understanding of rational numbers of PTs related to procedural and conceptual knowledge. Descriptive qualitative method was used in this research to achieve the research purpose. This study involved 102 the second-year of PTs at two private universities in Aceh, Indonesia. Data was collected using a written test related to rational numbers. Data analysis was carried out descriptively by reducing data, presenting data, and drawing conclusions. The results showed that the knowledge of participants both procedural and conceptual knowledge on rational numbers was still very limited. Using categorization, the PTs' procedural knowledge was classified as moderate level (70.05%) while the conceptual knowledge (50.36%) was still at a low level. Various forms of misconceptions and difficulties (related to epistemological obstacles) are still experienced by PT in solving problems related to these two knowledges. The interpretation of rational numbers in fractions and decimals number needs to be a focus in learning process at primary school teacher education program. In addition, this study also supports strengthening conceptual knowledge beyond procedural knowledge which is emphasized on PTs.*

Keywords: *Rational Number, Procedural Knowledge, Conceptual Knowledge, Epistemological Obstacles.*

Pendahuluan

Bilangan rasional merupakan salah satu objek matematika yang penting untuk dipahami dan dikuasai oleh mahasiswa calon guru sekolah dasar. Alasan pentingnya penguasaan bilangan rasional adalah karena materi tersebut atau yang secara fenomenologis dikenal dengan pecahan (Freudenthal, [2002](#)) merupakan salah satu topik matematika pada kurikulum jenjang sekolah dasar yang akan mereka ajarkan nantinya (Indonesia Ministry of National Education and Culture, [2016](#); National Council of Teachers of Mathematics, [2015](#)). Selain itu, pemahaman yang baik tentang bilangan rasional juga menjadi landasan dalam pengembangan numerik, aritmatika, aljabar bahkan untuk membangun penalaran proporsional dan mendukung kesuksesan dalam berbagai profesi (Forgues et al., [2015](#); Lazić et al., [2017](#); Obersteiner et al., [2019](#); Siegler & Pyke, [2013](#); Wijaya, [2017](#)). Terkait aljabar misalnya, sejumlah penelitian menyampaikan bahwa salah satu penyebab siswa bermasalah dalam mempelajari dan menguasai aljabar adalah dikarenakan pemahaman mereka yang terbatas pada pengetahuan konsep maupun operasi hitung bilangan rasional (Baker et al., [2012](#); Manandhar et al., [2022](#); Radiusman & Simanjuntak, [2021](#)). Selain itu, terbatasnya pemahaman konsep dan operasi bilangan rasional juga mengakibatkan siswa tidak mampu menyelesaikan masalah matematis yang melibatkan pemahaman bilangan rasional (Obersteiner et al., [2019](#); Rohmah, [2019](#); Ulfa et al., [2021](#)). Kondisi tersebut akhirnya berdampak pada upaya pengembangan sejumlah

kemampuan dan ketrampilan matematis lainnya seperti problem solving, komunikasi matematis, literasi matematis, dan lainnya (Novita et al., [2022](#)).

Pada program Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) di Indonesia, muatan materi bilangan rasional disajikan dalam matakuliah matematika yang bersifat wajib untuk diprogram oleh seluruh mahasiswa PGSD. Sehingga menjadi alasan yang kuat bagi mahasiswa calon guru SD untuk menguasai pemahaman bilangan rasional. Selain itu, kebijakan pembelajaran tematik yang diterapkan pada jenjang SD memunculkan istilah guru kelas yang bertugas mengajarkan berbagai matapelajaran termasuk matematika. Kondisi ini, menyiratkan bahwa mahasiswa PGSD harus mempersiapkan diri untuk menguasai materi matematika dengan baik yang meliputi topik bilangan rasional. Oleh karena itu, pengetahuan mahasiswa calon guru SD harus melampaui fakta, istilah, dan prosedur untuk mencakup berbagai domain seperti pengetahuan konten yang lebih dalam (konsep), pengetahuan prosedural yang luwes, pengetahuan cara berpikir siswa, serta pengetahuan pedagogis (Fuentes et al., [2014](#); Shulman, [1987](#); Shulman, [1986](#)).

Pentingnya penguasaan matematika oleh guru jenjang SD merupakan tuntutan wajib sebagaimana tersurat dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia, bahwa guru pada tingkat dasar harus menguasai pengetahuan matematika, baik konseptual maupun prosedural serta keterkaitannya dalam konteks aritmatika, aljabar, geometri, trigonometri, pengukuran, statistika, dan logika matematika, merupakan salah satu kompetensi inti profesionalisme (Indonesia Ministry of National Education, [2007](#)). Penguasaan dan pemahaman matematika (termasuk di dalamnya bilangan rasional) secara baik oleh mahasiswa calon guru SD, diharapkan dapat membantu mereka dalam mendemonstrasikan dan mengaplikasikan ilmunya untuk merencanakan dan mengelola pembelajaran matematika dengan baik nantinya. Guru juga sangat berperan dalam mendorong siswa mereka untuk mengembangkan pengetahuan matematika melalui penyelidikan, eksplorasi, pemeriksaan hipotesis, pendekatan, proses pemecahan masalah, penelitian, dan diskusi ide (National Council of Teachers of Mathematics, [2014](#)). Sehingga penanaman pengetahuan konseptual dalam benak siswa dapat terwujud dan pada akhirnya siswa memiliki kompetensi yang memadai untuk menyelesaikan semua jenis masalah dan tugas. Kondisi ini didukung oleh sejumlah literature yang menunjukkan bahwa pengetahuan matematika guru memiliki kontribusi tinggi dalam pencapaian prestasi matematika siswa (Adeniyi et al., [2014](#); Ayebole et al., [2020](#); Hill et al., [2005](#)). Oleh karena itu, pemahaman yang baik terhadap pengetahuan konseptual dan prosedural matematika sangat penting dimiliki oleh mahasiswa calon

guru SD dalam mengajar matematika (Fuentes et al., [2014](#); Schoenfeld, [2002](#); Shulman, [1986](#)), dan berdampak pada upaya peningkatan profesionalitas serta pengembangan sejumlah kemampuan dan ketrampilan matematis lainnya seperti problem solving, komunikasi matematis, dan literasi matematis (Novita et al., [2022](#)).

Pengetahuan prosedural dideskripsikan sebagai pengetahuan yang berkaitan dengan aktivitas mengetahui bagaimana sebuah prosedur bekerja. Sehingga pengetahuan ini terdiri dari serangkaian langkah-langkah sistematis yang harus diikuti untuk menyelesaikan sebuah permasalahan matematika (Baroody et al., [2007](#); Hiebert, [1986](#); Rittle-johnson & Schneider, [2015](#); Rittle-Johnson & Siegler, [1998](#)). Di sisi lain, pengetahuan konseptual didefinisikan sebagai pengetahuan tentang prinsip-prinsip yang mendasar dalam domain tertentu (Hiebert, [1986](#); Kilpatrick, [2001](#); Rittle-johnson & Schneider, [2015](#)), atau juga didefinisikan sebagai pengetahuan tentang mengapa prosedur matematis bekerja atau “mengetahui mengapa” yang membuat belajar lebih bermakna (Baroody et al., [2007](#); Rittle-johnson & Schneider, [2015](#)). Secara umum, pengetahuan konseptual diartikan sebagai koneksi dari banyak hubungan, seperti hubungan antara dua ide atau konsep matematika yang dipelajari sebelumnya dengan ide atau konsep yang baru dipelajari (Rittle-Johnson et al., [2016](#); Vygotsky, [1986](#)). Terlepas dari adanya perbedaan dari kedua jenis pengetahuan ini, pada dasarnya kedua pengetahuan ini saling melengkapi dan sangat penting posisinya dalam pembelajaran matematika (Ghazali & Zakaria, [2011](#); Hiebert, [1986](#); Hurrell, [2021](#); Kilpatrick et al., [2001](#); Rittle-Johnson et al., [2015](#), [2016](#)).

Siswa belajar matematika melalui pengalaman dan masalah yang diberikan oleh guru di kelas. Untuk memastikan pembelajaran matematika yang efektif, guru wajib menguasai konten matematika yang mereka ajarkan. Namun, sejumlah penelitian telah menyoroti tentang penguasaan konten matematika guru (*in service teacher*) di tingkat sekolah dasar di Indonesia maupun dunia pada umumnya (Baker et al., [2012](#); Khashan, [2014](#); Mahir, [2009](#); Manandhar et al., [2022](#)). Penelitian tersebut sepakat dengan kesimpulan bahwa sebagian besar guru tidak memiliki pemahaman yang baik tentang pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural matematika. Lebih lanjut, sejumlah literatur pendidikan juga menunjukkan bahwa guru seringkali tidak mampu memberikan penjelasan konseptual tentang algoritma dan prosedur yang mereka gunakan untuk menyelesaikan proses pemecahan masalah matematis (Hurrell, [2021](#); Khashan, [2014](#); Tirosh et al., [2013](#)). Sehingga, pendidikan tinggi melalui program studi pendidikan guru sekolah dasar memiliki peran yang

urgen dalam menghasilkan kualitas guru matematika tingkat dasar yang kompeten.

Banyak penelitian yang telah dilakukan untuk mendeskripsikan *learning obstacle* yang dialami oleh siswa dalam mempelajari bilangan rasional seperti pecahan dan decimal (Rohmah, [2019](#); Ulfa et al., [2021](#); Wijaya, [2017](#)). Hasil penelitian tersebut menjadi rujukan yang sangat penting bagi pendidik dan peneliti dalam mengambil langkah preventif maupun korektif dalam peningkatan pemahaman siswa. Namun penelitian dengan tujuan yang sama pada mahasiswa calon guru masih terbatas. Miskonsepsi di kalangan mahasiswa calon guru di sekolah dasar perlu dipantau dalam memberikan penjelasan dan klarifikasi prosedur matematika yang mereka gunakan ketika memperkenalkan pengetahuan matematika dasar nantinya kepada siswa. Upaya ini penting dilakukan untuk mengetahui kontruksi berpikir mahasiswa dan melihat sejauh mana penguasaan konten yang mereka miliki. Hal ini juga penting bagi pengajar/dosen untuk memperbaiki kontruksi berpikir mahasiswa serta menyusun antisipasi yang akan dilakukan untuk meningkatkannya. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah menganalisis pengetahuan mahasiswa calon guru sekolah dasar pada bilangan rasional yang mencakup pengetahuan prosedural dan konseptual. Berbagai kendala dan kesulitan yang dihadapi mahasiswa terkait kedua pengetahuan tersebut juga akan didiskusikan secara mendalam.

Metode

Prosedur dan Subjek Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode penelitian kualitatif deskriptif. Hal ini dikarenakan, penelitian ini mencoba menjelaskan data secara deskriptif dan menyajikan hasil penjelasan tersebut dalam bentuk kata-kata yang didukung dengan sejumlah data yang disajikan dalam tabel atau gambar. Selain itu, mengikuti Creswell ([2017](#)), jenis penelitian ini sesuai untuk mengkaji situasi alam dan cocok untuk menggambarkan hasil aktual dari subjek. Kami tidak memberikan perlakuan atau manipulasi kepada partisipan sebelum dan selama penelitian.

Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini adalah mengikuti prosedur penelitian kualitatif (Fraenkel et al., [2012](#)) , yaitu: *Tahap pertama*, mengidentifikasi masalah yang akan diteliti, yaitu kemampuan mahasiswa dalam memahami bilangan rasional yang meliputi pengetahuan konseptual, serta prosedural; *Tahap kedua*, mengidentifikasi subjek, penelitian ini melibatkan 102 mahasiswa semester 3 pada prodi PGSD di dua perguruan tinggi swasta di Aceh, Indonesia. Partisipan terdiri dari 89 (87.3%) mahasiswa

perempuan dan 13 (12.7%) mahasiswa laki-laki yang secara sukarela berpartisipasi dalam penelitian ini. Selanjutnya, *tahap ketiga* yaitu merumuskan hipotesis penelitian, peneliti berasumsi bahwa mahasiswa calon guru SD masih memiliki kendala dalam memahami bilangan rasional baik yang berkaitan dengan pengetahuan konseptual, maupun prosedural. *Tahap keempat* yaitu mengumpulkan data, pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes pengetahuan mahasiswa (TPM). *Tahap kelima* adalah menganalisis data dengan melakukan reduksi terhadap data yang ada; dan yang terakhir yaitu *tahap keenam*, menginterpretasikan kesimpulan.

Instrument dan Analisis Data

Tes pengetahuan mahasiswa (TPM) adalah instrumen pengumpulan data yang digunakan. TPM terdiri dari 17 soal yang meliputi dua pengetahuan bilangan rasional yaitu pengetahuan prosedural dan konseptual. Tes tersebut terdiri dari soal komputasi (langsung menggunakan symbol matematika) maupun dalam bentuk soal cerita kontekstual. Selain itu, tes ini juga disesuaikan dengan subtype dari masing-masing pengetahuan prosedural dan konseptual sebagaimana disampaikan oleh Anderson et al. (2011).

Untuk memastikan keandalan isi tes dalam mengukur dua dimensi pengetahuan bilangan rasional, instrumen tes sudah terlebih dahulu divalidasi oleh tiga orang pakar pendidikan matematika termasuk salah seorang guru SD senior (sebagai praktisi). Para validator diminta untuk melakukan penilaian dan menetapkan kesimpulan layak tidaknya serta memberikan saran dan kritikan untuk setiap soal yang diajukan. Dengan rasio validitas isi (CVR) sama dengan 1 (lebih signifikan dari 0,99), para ahli menyimpulkan bahwa item tes valid (Lawshe, 1975). Adapun bentuk akhir dari tes terdiri dari 17 butir soal dengan rincian: 8 soal untuk mengukur pengetahuan prosedural, dan 9 butir soal untuk mengukur pengetahuan konseptual.

Secara umum, butir tes yang diberikan mencakup 3 sub tipe pengetahuan prosedural dan 3 subtype pengetahuan konseptual, yang meliputi 6 sub topik dari bilangan rasional yaitu interpretasi bilangan rasional, operasi pecahan dan decimal, pecahan senilai, representasi pecahan dalam bentuk symbol atau gambar, perbandingan pecahan & decimal, serta aplikasi pecahan dalam kehidupan sehari-hari. Tabel 1 berikut menunjukkan deskripsi secara terperinci untuk masing-masing pengetahuan yang akan ditelusuri.

Table 1. Deskripsi Pengetahuan & Sub Topic Bilangan Rasional dalam TPM

Tipe	Pengetahuan Sub Tipe	Kode	Deskripsi Sub Topik dari Bilangan Rasional	Jumlah Soal
Prosedural	a. Pengetahuan tentang keterampilan dan algoritma dalam bidang/pelajaran tertentu	Pa	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi bilangan rasional (penjumlahan, pengurangan perkalian, dan pembagian)	5
	b. Pengetahuan tentang teknik dan metode	Pb	Menentukan pecahan yang senilai; serta kesetaraan nilai yang tidak diketahui.	2
	c. Pengetahuan tentang kriteria untuk menentukan kapan harus menggunakan prosedur yang tepat.	Pc	Menyelesaikan masalah operasi pecahan (dalam bentuk soal cerita)	1
Conceptual	a. Pengetahuan tentang klasifikasi dan kategori	Ca	Menentukan pecahan yang sesuai dari bentuk yang diarsir; dan pecahan pada garis bilangan.	3
	b. Pengetahuan tentang prinsip dan generalisasi	Cb	Mengaplikasikan konsep pembagian secara adil (<i>fair sharing</i>); Menentukan perbandingan pecahan (<i>fraction comparison</i>), dan perbandingan desimal (<i>decimal comparison</i>); Menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari	5
	c. Pengetahuan tentang teori, model, dan struktur	Cc	Mampu mengkonstruksi gambar/model untuk menunjukkan bilangan rasional (mengestimasi bagian keseluruhan dari pecahan)	1
Total Problems				17

Adapun konsistensi atau reliabilitas tes dilakukan dengan mengujicobakan tes pada sekelompok mahasiswa calon guru sekolah dasar di luar sampel penelitian, yang terdiri dari 19 orang mahasiswa. Koefisien reabilitas (*Cronbach's Alpha*) dari pengujian tes tersebut diperoleh nilai sebesar 0.812, yang berarti bahwa soal yang diujikan memiliki reabilitas tinggi atau cukup sesuai untuk mencapai tujuan penelitian ini. Tabel 2 berikut menunjukkan beberapa contoh soal berdasarkan pengetahuan yang diukur serta topik bilangan rasionalnya masing-masing.

Table 2. Ilustrasi Contoh Soal Berdasarkan Jenis Pengetahuan yang Diukur

Jenis Pengetahuan (kode), sub topik	Contoh Soal
Prosedural (Pa), <i>Menyelesaikan masalah operasi bilangan rasional</i>	$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} = \dots\dots\dots$ $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$ $4,4 - 6,25 = \dots\dots\dots$

Jenis Pengetahuan (kode), sub topik	Contoh Soal
Prosedural (Pb), Menentukan bilangan rasional yang senilai; Menentukan kesetaraan nilai yang tidak diketahui	Tuliskan bilangan decimal atau pecahan yang senilai dengan bilangan rasional yang diberikan dibawah ini $-\frac{7}{3} = \dots$
Konseptual (Cb), perbandingan desimal (decimal comparison)	Menurut Anda manakah diantara bilangan desimal berikut yang paling besar 0,4 dan 0,10 jelaskan jawabannya!
Konseptual (Cc), Mengkontruksi gambar/model untuk menunjukkan pecahan	Tuliskan minimal 2 cara yang dapat Anda lakukan untuk menunjukkan $\frac{2}{3}$?

Analisis data dilakukan dengan menggunakan rubrik penilaian yang memuat tatacara dan kriteria pensekoran untuk masing-masing pengetahuan prosedural dan konseptual. Pemeriksaan dan pengkodean terhadap respon mahasiswa dilakukan oleh dua orang peneliti secara terpisah, yang kemudian divalidasi oleh peneliti yang lain. Jika terdapat ketidaksesuaian dalam pengkodean atau pensekoran, maka keputusan terbaik diambil untuk menentukan nilai yang sesuai. Pengolahan data dilakukan dengan analisis statistic deskriptif untuk menemukan persentase dari kedua pengetahuan yang diukur. Kategori tingkat pengetahuan prosedural dan konseptual mahasiswa dibedakan menjadi tiga kategori yaitu rendah ($x < 65$), moderate ($65 \leq x < 80$), dan tinggi ($80 \leq x \leq 100$), dimana x adalah nilai yang diperoleh mahasiswa untuk setiap tipe pengetahuan.

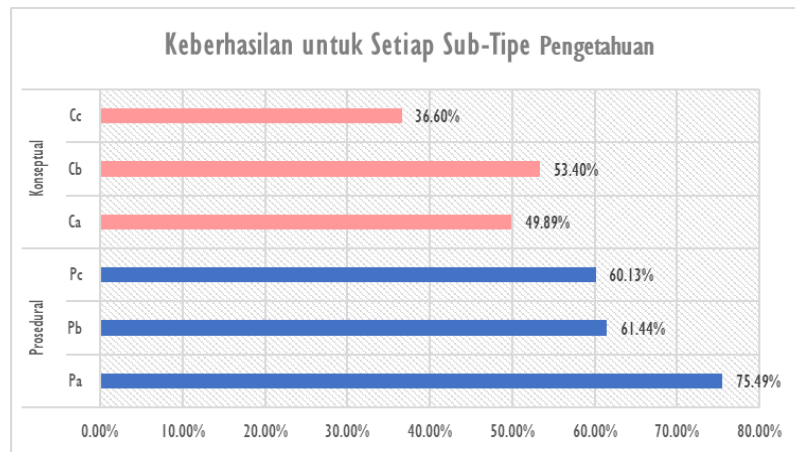
Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan analisis statistic deskriptif yang dilakukan melalui software IBM SPSS 22 diperoleh hasil sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Hasil Analisis Statistik Deskriptif

	Descriptive Statistics						
	N	Range	Min	Max	Sum	Mean	Std. Deviation
Peng. Prosedural	102	79.17	20.83	100.00	7145.87	70.0575	19.07789
Peng. Konseptual	102	81.48	7.41	88.89	5137.03	50.3630	18.44326
Nilai Total	102	156.48	28.24	184.72	12282.90	120.4206	32.47218
Valid N (listwise)	102						

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh bahwa pengetahuan prosedural mahasiswa calon guru sekolah dasar (70,06%) pada bilangan rasional lebih unggul dibandingkan pengetahuan konseptualnya (50,36%). Adapun untuk kategori sub tipe dari setiap pengetahuan, analisis yang dilakukan juga menunjukkan gradasi pencapaian yang berbeda seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Sumber analisis data utama

Gambar 1. Persentase Keberhasilan untuk Setiap Sub Tipe Pengetahuan Prosedural

Pengetahuan Prosedural

Pengetahuan prosedural diklasifikasikan dalam 3 sub-tipe yang diberi kode Pa, Pb, serta Pc (lihat Tabel 1). Secara spesifik tingkat keberhasilan untuk tiga aspek pengetahuan prosedural tersebut ditampilkan pada Gambar 1. Persentase keberhasilan mahasiswa pada aspek pengetahuan yang berkaitan dengan ketrampilan atau penerapan algoritma tertentu dalam bilangan rasional (Pa) lebih tinggi (75.49%) dibandingkan dengan dua sub-tipe lainnya. Soal-soal yang berkaitan dengan sub-tipe Pa ini adalah soal-soal yang melibatkan proses melakukan komputasi atau algoritma secara langsung seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, serta pembagian bilangan rasional baik dalam representasi desimal maupun pecahan seperti yang ditampilkan pada Tabel 2.

Meskipun soal yang diberikan sederhana, terdapat banyak kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam melakukan prosedur operasi tersebut. Misalnya pada operasi penjumlahan dengan menjumlahkan langsung antara pembilang dengan pembilang dan juga penyebut dengan penyebut (lihat Gambar 2a), seperti yang ditemukan Baker et al dan Pitta-Pantazi dalam penelitiannya (Baker et al., [2012](#); Pitta-Pantazi, [2014](#)). Selain itu, kekeliruan juga terjadi pada operasi perkalian, dimana penyelesaiannya dilakukan seperti pada aturan operasi penjumlahan yaitu menyamakan penyebut (Gambar 2b). Padahal kedua operasi perkalian dan penjumlahan ini memiliki proses pengerjaan yang berbeda-beda. Kesalahan dalam melakukan prosedural pecahan akibat tidak disertainya pemahaman akan berakibat fatal serta menghambat proses

berpikir dan penguasaan matematis selanjutnya seperti yang ditemukan oleh Radiusman & Simanjuntak (2021) dalam penelitian mereka tentang pembuktian Aljabar.

(a)
$$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} = \frac{5}{11}$$

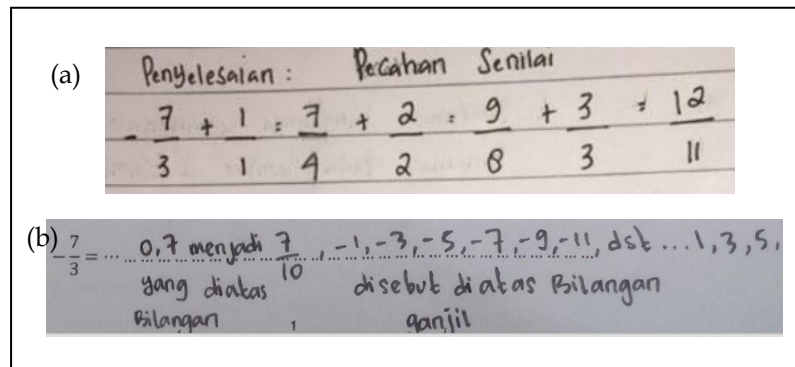
(b)
$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{30}{6}$$

Sumber data utama

Gambar 2. Kekeliruan dalam Melakukan Operasi Bilangan Rasional

Selain itu, hasil analisis data juga menunjukkan bahwa ketrampilan dalam melakukan prosedur yang diberikan partisipan masih sangat rendah terutama dalam melakukan operasi pecahan yang melibatkan bilangan bulat. Semua partisipan cenderung menggunakan algoritma (perkalian pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut) dibandingkan cara-cara yang melibatkan pemahaman *number sense* atau penguasaan aljabar seperti: $1\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \left(1 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$.

Adapun untuk sub-tipe Pb, yaitu pengetahuan terkait teknik dan metode tertentu dalam menyelesaikan masalah matematika berada pada kategori rendah (61,44%). Sub-tipe ini difokuskan pada tehnik dan metode dalam menentukan pecahan senilai dan kesetaraan nilai dari suatu bilangan rasional. Salah satu contoh soal yang diberikan adalah menentukan bilangan yang senilai dengan $-(7/3)$. Terdapat 74% partisipan berhasil menyelesaikan soal ini, dimana lebih dari 70% diantaranya menggunakan representasi desimal (-2.33) dibandingkan pecahan. Representasi dalam bentuk pecahan senilai yang menunjukkan bentuk lain dari $-(7/3)$ ternyata masih cukup sulit dilakukan oleh mahasiswa dan menimbulkan berbagai kekeliruan (lihat Gambar 3a). Kami menyimpulkan bahwa, indikasi kekeliruan yang ditunjukkan oleh mahasiswa diakibatkan oleh ketidakpahaman mereka terhadap hubungan bilangan pecahan dan bentuk decimal (lihat Gambar 3b) seperti yang dinyatakan oleh Forgues et al. (2015).



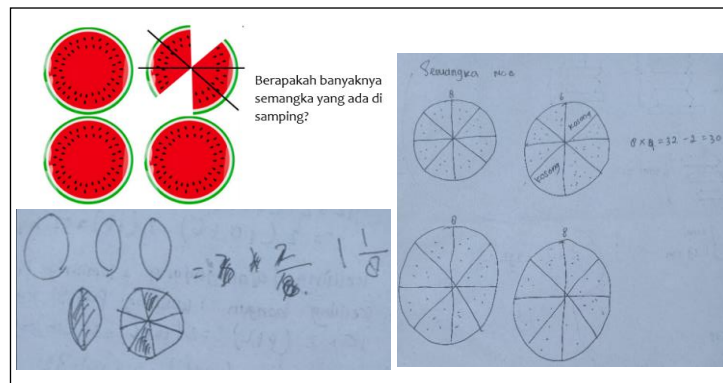
Sumber data utama

Gambar 3. Kekeliruan dalam Melakukan Operasi Bilangan Rasional

Selanjutnya untuk sub-tipe Pc yaitu pengetahuan yang berkaitan dengan kapan harus menggunakan prosedur yang tepat yang dalam penelitian ini ditunjukkan melalui penyelesaian masalah operasi pecahan dalam bentuk soal cerita ternyata memiliki presentasi yang paling rendah (60,13%) diantara sub-tipe yang lainnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kekeliruan yang sering dilakukan pada soal jenis ini adalah salah dalam menginterpretasikan permasalahan atau salah dalam menentukan operasi yang sesuai berdasarkan masalah yang ada pada soal.

Pengetahuan Konseptual

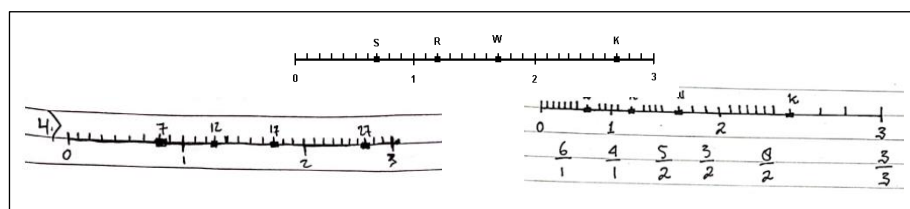
Pengetahuan konseptual dalam penelitian ini diklasifikasi dalam tiga kategori yaitu pengetahuan yang berkaitan dengan klasifikasi dan kategori (Ca), prinsip dan generalisasi (Cb), serta teori model dan struktur (Cc). Ketiga sub-tipe pengetahuan ini dideskripsikan dalam berbagai capaian pada bilangan rasional diantaranya menentukan pecahan dari bentuk yang diarsir atau garis bilangan, menerapkan konsep *fair sharing*, perbandingan dan beberapa konsep pada pecahan dan bilangan rasional (lihat Tabel 1). Berdasarkan hasil analisis data (Tabel 3) diperoleh bahwa secara keseluruhan tingkat pengetahuan konseptual bilangan rasional partisipan masih berada pada kategori rendah (50,36%). Kondisi ini mengindikasikan bahwa mahasiswa calon guru sekolah dasar masih mengalami berbagai kendala terkait pengetahuan konseptual pada bilangan rasional.



Sumber data utama

Gambar 4. Kesalahan dan Miskonsepsi dalam Menginterpretasikan Pecahan

Beberapa temuan yang menunjukkan kendala terkait pengetahuan konseptual ini adalah masih tidak mampunya partisipan dalam menginterpretasikan pecahan dan desimal. Misalnya ketika partisipan diminta untuk menentukan pecahan yang sesuai dengan daerah yang diarsir (pengetahuan yang tergolong sub-tipe Ca), ditemukan hanya ada 22,6% partisipan yang berhasil menyelesaikannya dengan benar (contoh soal ada pada Gambar 4). Selain itu, mahasiswa juga masih kesulitan dalam menginterpretasi pecahan pada garis bilangan (*number line*). Gambar 5 menampilkan dua contoh respon yang keliru dari mahasiswa ketika diminta menentukan pecahan yang ditunjukkan oleh posisi S, R, W dan K. Menanggapi hal ini, terbatasnya pemahaman mahasiswa terhadap konsep bagian dari keseluruhan (*part of the whole*), konsep unit, serta tidak mampu melihat pecahan sebagai sebuah bilangan (Musser et al., 2011) menjadi penyebab utama partisipan tidak mampu menginterpretasi pecahan dengan baik.



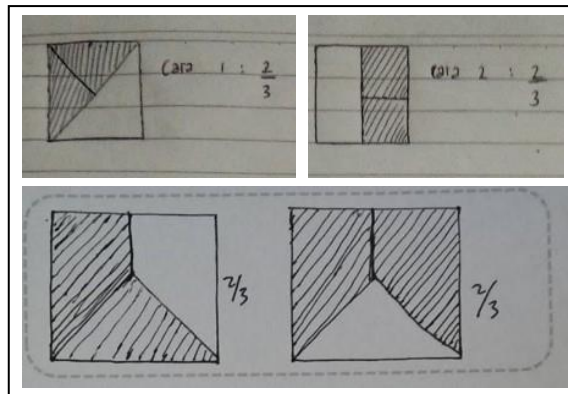
Sumber data utama

Gambar 5. Kesalahan dan Miskonsepsi dalam Menginterpretasikan Pecahan

Kondisi yang sama yaitu rendahnya tingkat pengetahuan konseptual participant pada sub-tipe Cc yaitu dengan nilai pencapaian 36.60% juga menunjukkan bahwa partisipan masih mengalami kendala dalam mengkonstruksi gambar/model dari bilangan rasional. Misalnya ketika partisipan diminta untuk menunjukkan representasi dari 2/3 dalam bentuk model/gambar maka ditemukan hanya ada 27,5% partisipan yang mampu menunjukkannya secara benar, dimana selebihnya gagal atau bahkan tidak menjawab sama sekali. Hal yang sama juga diungkapkan oleh Rahmadani et

al. (2019) dalam penelitiannya dimana representasi pecahan dalam bentuk area masih sangat sulit dilakukan oleh mahasiswa.

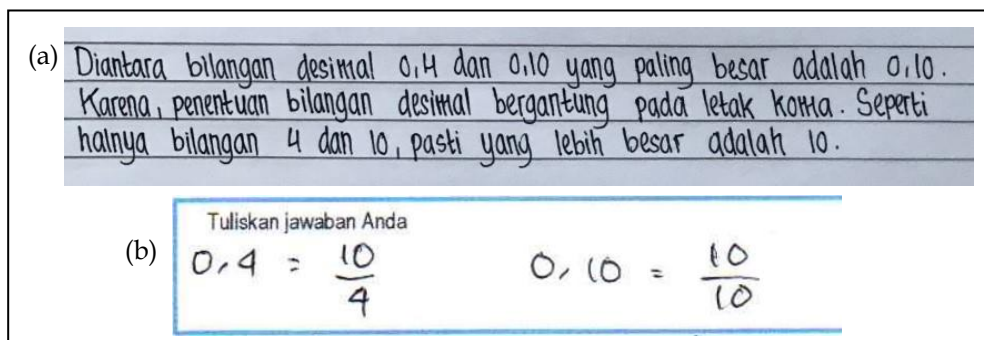
Pada kondisi ini, kekeliruan yang dilakukan oleh partisipan mengindikasikan bahwa adanya pengabaian terhadap konsep *pair sharing* atau pembagian yang sama besar dari pecahan sehingga model yang dikonstruksikan menunjukkan representasi yang keliru (Gambar 6). Pada hakikatnya konsep *pair sharing* adalah konsep dasar yang harus dipahami dengan baik ketika peserta didik belajar pecahan.



Sumber data utama

Gambar 6. Kesalahan dan Miskonsepsi terkait konsep *pair sharing*

Selanjutnya, pengetahuan konseptual yang berkaitan dengan prinsip dan generalisasi (Cb) juga berada pada kategori rendah dengan nilai ketercapaian 53,40%. Pada bagian ini, konsep yang berkaitan dengan perbandingan pecahan dan decimal serta generalisasi dari konsep *pair and sharing* ditelusuri dari respon yang diberikan partisipan. Hasil analisis data menemukan bahwa terdapat banyak kekeliruan serta miskonsepsi pada pemahaman pecahan serta decimal. Misalnya kurangnya pemahaman konsep nilai tempat pada representasi bilangan decimal (Gambar 7b) dan pengabaian lambang koma yang ada pada bilangan tersebut (Gambar 7a) yang mengakibatkan perbandingan bilangan rasional gagal dilakukan (Widjaja et al., 2008).



Sumber data utama

Gambar 7. Contoh Kesalahan dan Miskonsepsi Berkaitan dengan pengetahuan prinsip bilangan decimal

Selain itu, kami juga menemukan bahwa sekitar 31,4% partisipan masih gagal dalam melakukan perbandingan pecahan yaitu menentukan bilangan yang paling kecil diantara $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{3}$. Terkait hal ini kami menyakini bahwa kurangnya pemahaman mahasiswa terhadap makna dari pecahan adalah penyebab utama terjadinya kekeliruan ini (Musser et al., 2011). Namun pada kesempatan yang lain, hal ini masih membuka ruang untuk dijelaskan secara mekanisme kognitif atau dikenal dengan teori proses ganda (*dual process theories*) yang berkaitan dengan bias bilangan bulat (*whole number bias*) (Obersteiner et al., 2019).

Kekeliruan dan Miskonsepsi pada Bilangan Rasional

Secara keseluruhan miskonsepsi ataupun kesulitan yang bersifat epistemologi (*epistemological obstacle*) pada setiap aspek pengetahuan prosedural maupun konseptual yang dialami partisipan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 5. Hal ini tidak terlepas dari definisi *epistemological obstacle* yang diartikan sebagai hambatan yang terjadi karena adanya keterbatasan pemahaman dan penguasaan siswa tentang sesuatu (konsep, permasalahan, atau lainnya) (Brousseau, 2002; Suryadi, 2019).

Tabel 5. Analisis *Epistemological Obstacles* pada Bilangan Rasional Berdasarkan Tinjauan Pengetahuan Prosedural dan Konseptual

Tipe pengetahuan	Sub topik bilangan rasional	<i>epistemological obstacles</i>
Prosedural	operasi pecahan dan decimal,	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak menyamakan penyebut (menemukan KPK atau FPB) dalam melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan, namun langsung menjumlahkan antara penyebut dengan penyebut dan pembilang dengan pembilang. • Gagal dalam proses merubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa. • Melakukan operasi pengurangan desimal seperti pada pengurangan bilangan bulat. • Menyelesaikan operasi perkalian seperti penjumlahan atau sebaliknya. • Menulis ulang soal pembagian pecahan menjadi perkalian pecahan namun gagal menyelesaikannya • Gagal dalam melakukan perkalian silang
	pecahan senilai	<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan prosedur yang salah dalam menentukan pecahan senilai dan dalam menyederhanakan pecahan
	aplikasi pecahan dalam kehidupan sehari-hari	<ul style="list-style-type: none"> • Gagal dalam menentukan operasi yang sesuai untuk permasalahan kontekstual/soal cerita.
Konseptual	interpretasi bilangan rasional	<ul style="list-style-type: none"> • Gagal menentukan pecahan yang sesuai dari daerah yang diarsir. • Gagal menentukan pecahan pada garis bilangan

Tipe pengetahuan	Sub topik bilangan rasional	<i>epistemological obstacles</i>
pecahan senilai representasi pecahan dalam bentuk symbol atau gambar		<ul style="list-style-type: none"> • Mengabaikan bahwa bagian dari keseluruhan (<i>part of the whole</i>) adalah harus sama. • Mengabaikan bahwa bagian dari keseluruhan harus didasarkan pada ukuran unit dari pecahan. • Tidak memahami bahwa bagian (<i>parts</i>) dapat disatukan menjadi satu kesatuan atau keseluruhan (<i>whole</i>). • Tidak memahami apa itu pecahan senilai • Gagal dalam mengkonstruksikan model/gambar yang sesuai dengan bilangan decimal maupun pecahan yang diberikan
perbandingan pecahan & decimal		<ul style="list-style-type: none"> • Mengabaikan bahwa bagian dari keseluruhan (<i>part of the whole</i>) adalah harus sama • Tidak memahami apa makna pembilang dan penyebut • Mengabaikan koma pada bilangan decimal (menganggap bilangan setelah koma sama seperti bilangan bulat) • Pemahaman konsep nilai tempat (khusus pada bilangan decimal) masih rendah.
aplikasi pecahan dalam kehidupan sehari-hari		<ul style="list-style-type: none"> • Tidak mampu menerapkan konsep pecahan dalam menyelesaikan masalah kontekstual.

Analisis *Epistemological obstacle* berdasarkan aspek pengetahuan prosedural serta konseptual bilangan rasional yang ditunjukkan pada Tabel 5, menggambarkan bahwa mahasiswa calon guru sekolah dasar masih berjuang dalam memahami bilangan rasional baik pada pecahan maupun decimal. Peneliti melihat bahwa kurangnya pemahaman mahasiswa dalam membedakan sifat-sifat yang dimiliki bilangan rasional dengan bilangan asli (*natural number*) menjadi salah satu alasan utama mahasiswa terkendala pada bilangan rasional. Sebagai salah satu contoh, mahasiswa masih memberikan jawaban yang salah ketika diminta untuk membandingkan 0.4 dan 0.10, dengan hanya memandang bilangan dibelakang koma yaitu 10 lebih besar dari 4. Kondisi ini sesuai dengan apa yang disebut oleh Obersteiner et al. (2019) yaitu bias bilangan bulat (*whole number bias*).

Menanggapi hal tersebut, Siegler et al. (2011) berpendapat bahwa mempelajari konsep bilangan rasional memerlukan wawasan yang bagus mengenai sifat-sifat semua bilangan, namun reorganisasi konsep bilangan (meliputi *numerical sizes, density, representation, dan operation properties*) yang diperoleh sebelumnya sangat perlu dilakukan (Obersteiner et al., 2019). Hal ini

kemudian menawarkan sebuah kerangka kerja bagi pendidik khususnya dosen dalam membantu mahasiswa untuk mengkonstruksi kembali pengetahuannya. Selain itu, focus perkuliahan juga diharapkan tidak hanya pada penguasaan algoritma atau komputasi tingkat tinggi namun lebih berorientasi pada pemaknaan matematika dan pemahaman kembali konsep dasar matematika (Siegler, [2017](#)).

Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah disampaikan pada bagian sebelumnya, maka secara umum penelitian ini menyimpulkan bahwa tingkat pengetahuan prosedural (70,05%) maupun konseptual (50,36%) bilangan rasional mahasiswa calon guru sekolah dasar dalam penelitian ini masing-masing masih berada dalam kategori moderate dan rendah. Meskipun pengetahuan prosedural lebih unggul dibandingkan pengetahuan konseptual namun pada kedua tipe pengetahuan ini masih ditemukan banyak sekali miskonsepsi dan kesulitan (*epistemological obstacle*) yang bersifat fatal jika dikaitkan dengan profesi guru yang akan mereka jalani nantinya.

Selain itu, berdasarkan analisis yang dilakukan terhadap kesalahan dan kekeliruan yang dilakukan oleh mahasiswa baik yang terkait dengan pengetahuan konseptual dan prosedural, penelitian ini merekomendasikan jika penguatan konsep bilangan rasional lebih difokuskan melebihi penguasaan prosedural dalam program perkuliahan matematika. Pengungkapan makna (interpretasi) bilangan rasional dalam bentuk pecahan sangat penting ditekankan dalam aktivitas perkuliahan matematika di prodi PGSD. Konsep-konsep dasar yang menjadi pondasi dalam belajar pecahan seperti *pair sahing*, pengenalan unit (unit harus sama), serta makna a/b sebagai satu bilangan yang saling berhubungan perlu menjadi perhatian pendidik di tingkat perguruan tinggi. Selain itu, konsep nilai tempat pada bilangan decimal juga dirasakan menjadi hal utama yang perlu ditekankan penguasaannya pada mahasiswa.

Penelitian ini memiliki keterbatasan, diantaranya hanya berusaha mengungkap berbagai kendala (*obstacle*) mahasiswa dalam memahami bilangan rasional dari perspektif epistemologi. Sehingga penelitian lanjutan untuk mengungkap kendala dari perspektif yang berbeda (misalnya psikologi) perlu dilakukan.

Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan terimakasih kepada mahasiswa partisipan yang telah berkontribusi dalam penelitian ini. Ucapan terimakasih juga kami ucapkan

kepada Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) yang telah memberi beasiswa menempuh pendidikan pada program studi pendidikan matematika.

Daftar Pustaka

- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Tathas, J., & Wittrock, M. C. (2011). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. United States: Addison Wesley Longman, Inc.
- Adeniyi, C. ., Ogundele, L. ., & Odetola, C. . (2014). Teacher Quality Factors as Determinant of Students ' Achievement in Mathematics. *Journal of Education and Practice*, 5(37), 1–6.
- Ayebale, L., Habaasa, G., & Tweheyo, S. (2020). Factors Affecting Students' Achievement in Mathematics in Secondary Schools in Developing Countries: A Rapid Systematic. *Statistical Journal of the IAOS*, 36(1), 73–76. <https://doi.org/10.3233/sji-200713>
- Baker, W., Czarnocha, B., Dias, O., Doyle, K., & Kennis, J. R. (2012). Procedural and Conceptual Knowledge: Adults Reviewing Fractions. *ALM International Journal*, 7(2), 39–65.
- Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An Alternative Reconceptualization Of Procedural and Conceptual Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 115–131. <https://doi.org/10.2307/30034952>
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2017). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches* . United State: SAGE Publications Inc.
- Forgues, H. L., Tian, J., & Siegler, R. (2015). Why Is Learning Fraction and Decimal Arithmetic So Difficult? *Developmental Review*, 38(1), 201–221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How To Design and Evaluate Research In Education*. New York: McGraw-Hill.
- Freudenthal, H. (2002). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Fuentes, S. Q., Bloom, M. A., & Peace, H. (2014). Teaching Science and Mathematics: Preservice Teachers' Perceptions of Knowledge Needs. *Journal of College Science Teaching*, 43(3), 30–35. https://doi.org/DOI:10.2505/4/jcst14_043_03_30
- Ghazali, N. H. C., & Zakaria, E. (2011). Students ' Procedural and Conceptual Understanding Of Mathematics. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(7), 684–691.
- Hiebert, J. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case Of Mathematics*. United States: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects Of Teachers' Mathematical Knowledge For Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hurrell, D. (2021). Conceptual Knowledge or Procedural Knowledge or Conceptual Knowledge and Procedural Knowledge: Why The Conjunction Is Important to Teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 46(2), 57–71. <https://doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4>
- Khashan, D. K. H. (2014). Conceptual and Procedural Knowledge Of Rational Numbers for Riyadh Elementary School Teachers. *Journal of Education and Human Development*, 3(4), 181–197. <https://doi.org/10.15640/jehd.v3n4a17>
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding Mathematical Literacy : The Contribution of Research Source Springer. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101–116.

- Lawshe, C. H. (1975). A Quantitative Approach To Content Validity". *Personnel Psychology*, 28(4), 563–575. <https://doi.org/10.1111/j.1744-6570.1975.tb01393.x>
- Lazić, B., Abramovich, S., Mrđa, M., & Romano, D. A. (2017). On The Teaching and Learning Of Fractions Through A Conceptual Generalization Approach. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(8), 749–767. <https://doi.org/10.29333/iejme/646>
- Mahir, N. (2009). Conceptual and Procedural Performance Of Undergraduate Students in Integration. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(2), 201–211. <https://doi.org/10.1080/00207390802213591>
- Manandhar, N. K., Pant, B. P., & Dawadi, S. D. (2022). Conceptual and Procedural Knowledge Of Students Of Nepal in Algebra: A Mixed Method Study. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 3(1), 1-10. <https://doi.org/10.30935/conmaths/11723>
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2011). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach* (9th ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Novita, R., Herman, T., Suryadi, D., Dasari, D., & Putra, M. (2022). How Pre-Service Elementary Teachers Deal With Mathematical Literacy Problems? A Case Study. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 627, 135–143. <https://doi.org/10.2991/ASSEHR.K.211229.022>
- Obersteiner, A., Reiss, K., Dooren, W. Van, V., & Hoof, J. (2019). Understanding Rational Numbers – Obstacles For Learners With and Without Mathematical Learning Difficulties. *International Handbook Of Mathematical Learning Difficulties*, 581–594. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_34
- Pitta-Pantazi, D. (2014). Number Teaching and Learning. *Encyclopedia of Mathematics Education* 470–476. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- Radiusman, R., & Simanjuntak, M. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Aljabar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 5(1), 149-159. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v5i1.4336>
- Rahmadani, N. E., Herman, T., & Anaguna, N. (2019). Exploration Of Primary School Teacher Students' Understanding in Fraction Concept. *Journal of Physics: Conference Series*, 1211(1), 1-10. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1211/1/012060>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., & Loehr, A. M. (2016). Improving Conceptual and Procedural Knowledge: The Impact Of Instructional Content Within A Mathematics Lesson. *British Journal of Educational Psychology*, 86(4), 576–591. <https://doi.org/10.1111/bjep.12124>
- Rittle-johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing Conceptual and Procedural Knowledge Of Mathematics. *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, 1118–1134. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014>
- Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not A One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge Of Mathematics. *Educational Psychology Review*, 27(4), 587–597. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>
- Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The Relation Between Conceptual and Procedural Knowledge in Learning Mathematics: A Review. *The Development of Mathematical Skills* 75–110. <https://doi.org/10.4324/9781315784755-6>
- Rohmah, S. K. (2019). Analisis Learning Obstacles Siswa pada Materi Pecahan Kelas IV Sekolah Dasar. *Al-Aulad: Journal of Islamic Primary Education*, 2(1), 13–24. <https://doi.org/10.15575/al-aulad.v2i1.4428>
- Schoenfeld, A. H. (2002). Making Mathematics Work for All Children: Issues of Standards, Testing, and Equity. *Educational Researcher*, 31(1), 13–25. <https://doi.org/10.3102/0013189X031001013>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations Of The New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational*

Researcher, 15(2), 4–14.

- Siegler, R., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and Individual Differences in Understanding Of Fractions. *Developmental Psychology*, 49(10), 1994–2004. <https://doi.org/10.1037/a0031200>
- Tirosh, D., Tsamir, P., & HersHKovitz, S. (2013). Insights Into Children's Intuitions Of Addition, Subtraction, Multiplication and Division. *Mathematical Misconceptions: A Guide for Primary Teachers*, 54–70. <https://doi.org/10.4135/9781446269121.n5>
- Ulfa, N., Jupri, A., & Turmudi, T. (2021). Analisis Hambatan Belajar pada Materi Pecahan. *Research and Development Journal of Education*, 7(2), 226-236. <https://doi.org/10.30998/rdje.v7i2.8509>
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and language*. London: MA: MIT Press.
- Widjaja, W., Stacey, K., & Steinle, V. (2008). Misconceptions About Density of Decimals: Insights From Indonesian Pre-Service Teachers' Work. *Journal for Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 31(2), 117–131.
- Wijaya, A. (2017). The Relationships Between Indonesian Fourth Graders' Difficulties in Fractions and The Opportunity To Learn Fractions: A Snapshot Of TIMSS Results. *International Journal of Instruction*, 10(4), 221–236. <https://doi.org/10.12973/iji.2017.10413a>